1. Постройте двулистное накрытие над сферой с 2 ручками. Над сферой с n ручками.

2. Постройте двулистное накрытие над прективной плоскостью с приклеенными g ручками, которое является ориентируемой поверхностью.

3. Постройте накрытие над букетом двух окружностей, отвечающее подгруппе-коммутанту группы π_1. То же для n окружностей.

4. Пусть A – целочисленная 2x2 матрица с ненулевым детерминантом. Тогда отображение

$$A : \left[\begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right]$$

задает накрытие $T^2 \to T^2$, $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$.

   (a) Вычислите число листов этого накрытия.
   (b) При разных $|\det A|$ эти накрытия не эквивалентны.
   (c) Все накрытия с $|\det A| = 2$ эквивалентны.
   (d) Все накрытия с $|\det A| = 6$ эквивалентны.
   (e) Постройте два неэквивалентных накрытия с $|\det A| = 4$.
   (f) Дайте полную классификацию таких накрытий.

5. То же, что и в прошлой задаче для T^n.

6. Постройте накрытие S^3 над трехмерным многообразием с группой $\mathbb{Z}_n$.

7. Докажите, что фактор фундаментальной группы дополнения к узлу в $\mathbb{R}^3$ по коммутанту равен $\mathbb{Z}$.

8. Докажите, что фундаментальная группа дополнения к узлу-трилистнику в $\mathbb{R}^3$ допускает следующее описание:

   (a) Группа, порожденная 2 элементами x, y с соотношением $xyx = yxy$.
   (b) Группа, порожденная 2 элементами p, q с соотношением $p^2 = q^3$.

9. Докажите, что сфера с g ручками может быть получена как результат склейки **противоположных** сторон правильного $4g$-угольника.

10. Докажите, что на плоскости Лобачевского существует правильный $4g$-угольник с углами, равными $\pi/(2g)$

11. Покажите, что универсальное накрытие сферы с g ручками, $g > 1$ можно реализовать как плоскость Лобачевского.