

1. Постройте двулистное накрытие над сферой с 2 ручками. Над сферой с n ручками.
2. Постройте двулистное накрытие над прективной плоскостью с приклеенными g ручками, которое является ориентируемой поверхностью.
3. Постройте накрытие над букетом двух окружностей, отвечающее подгруппе-коммутанту группы π_1 . То же для n окружностей.
4. Пусть A – целочисленная 2×2 матрица с ненулевым детерминантом. Тогда отображение

$$A : \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

задает накрытие $T^2 \rightarrow T^2$, $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$.

- (a) Вычислите число листов этого накрытия.
 - (b) При разных $|\det A|$ эти накрытия не эквивалентны.
 - (c) Все накрытия с $|\det A| = 2$ эквивалентны.
 - (d) Все накрытия с $|\det A| = 6$ эквивалентны.
 - (e) Постройте два неэквивалентных накрытия с $|\det A| = 4$.
 - (f) Дайте полную классификацию таких накрытий.
5. То же, что и в прошлой задаче для T^n .
 6. Постройте накрытие S^3 над трехмерным многообразием с группой \mathbb{Z}_n .
 7. Докажите, что фактор фундаментальной группы дополнения к узлу в \mathbb{R}^3 по коммутанту равен \mathbb{Z} .
 8. Докажите, что фундаментальная группа дополнения к узлу-трилистнику в \mathbb{R}^3 допускает следующее описание:
 - (a) Группа, порожденная 2 элементами x, y с соотношением $xux = yxy$.
 - (b) Группа, порожденная 2 элементами p, q с соотношением $p^2 = q^3$.
 9. Докажите, что сфера с g ручками может быть получена как результат склейки **противоположных** сторон правильного $4g$ -угольника.
 10. Докажите, что на плоскости Лобачевского существует правильный $4g$ -угольник с углами, равными $\pi/(2g)$
 11. Покажите, что универсальное накрытие сферы с g ручками, $g > 1$ можно реализовать как плоскость Лобачевского.