

П.Г.Гриневич
Программа курса “Современная геометрия” весна 2009 г.
Кафедра ФОПФ МФТИ Проблемы теоретической физики
при ИТФ им. Л.Д.Ландау

1. Понятие топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Непрерывные отображения. Гомеоморфность. Компактность. [1], [2], [4], [5], [6].
2. Хаусдорфовы топологические пространства. Метрические пространства. Нормированные линейные пространства. [1], [2], [4], [7], [6].
3. Понятие непрерывного многообразия. Понятие гладкого многообразия. Многообразия, задаваемые системой уравнений. [1], [2], [4], [6].
4. Ориентируемость. Разбиение единицы. Гомотопия. Гомотопическая эквивалентность. [1], [2], [4], [6].
5. Фундаментальная группа. Фундаментальная группа окружности, букета окружностей. [1], [2], [3].
6. Накрытие (над локально стягиваемыми пространствами). Теорема о накрывающей гомотопии. [1], [2], [3].
7. Связь фундаментальных групп накрывающего и накрываемого пространства. Классификация накрытий в терминах подгрупп фундаментальной группы. Универсальная накрывающая. Универсальные накрывающие групп $SO(3)$ и $SO(4)$. Универсальные накрывающие двумерных многообразий. [1], [2], [3].
8. Понятие группы Ли и алгебры Ли. Экспоненциальное отображение. [1], [2], [8], [12].
9. Алгебра Ли матричной группы Ли. Алгебра Ли как алгебра левоинвариантных векторных полей. [1], [2], [8], [12].
10. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли. Теорема Пуанкаре-Биркгоффа-Витта о базисе универсальной обертывающей алгебры. [9], [11], [10].

11. Свободная алгебра Ли, порожденная системой образующих. Теорема Фридрикса о характеристизации элементов свободной алгебры, лежащих в свободной алгебре Ли в терминах диагонального оператора. [11], [9].
12. Построение локальной группы Ли по алгебре Ли (формулы Кэмпбелла-Хаусдорфа). [9], [12], [10].
13. Матричные алгебры, все элементы которых нильпотентны. Теорема Энгеля. Нильпотентные алгебры Ли. [9], [11], [10], [8].
14. Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли. [11], [10], [8], [9].
15. Форма Картана-Киллинга. Критерий разрешимости алгебры Ли в терминах формы Картана-Киллинга. [11], [10], [8], [9].
16. Подалгебра Картана. Теорема существования подалгебр Картана. Корневое разложение по подалгебре Картана. [9], [11], [10], [8].
17. Подалгебра Картана простой алгебры Ли. Свойства системы корней алгебры Ли. Одномерность корневых подпространств простой алгебры Ли. [9], [11], [10], [8].
18. Системы корней в двумерном пространстве. [9], [11], [10], [8].
19. Диаграммы Дынкина. [9], [11], [10], [8].
20. Теорема классификации диаграмм Дынкина. [9], [11], [10], [8].

Список литературы

- [1] С.П.Новиков, И.А.Тайманов “Современные геометрические структуры и поля”. М:Издательство МЦНМО 2005.
- [2] Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. “Современная геометрия”. М.: Наука. 1986.
- [3] У.Масси, Дж.Столлингс. “Алгебраическая топология. Введение.” М:Мир, 1977.

- [4] Дж.Милнор, А Уоллес. “Дифференциальная топология. Начальный курс.” М:Мир, 1972
- [5] Н.Стинрод, У.Чинн “Первые понятия топологии” М:Мир, 1967.
- [6] М.М.Постников. “Введение в теорию Морса” М.: Наука. 1971.
- [7] М.Рид, Б.Саймон “Методы современной математической физики. т.1 Функциональный анализ”. М:Мир, 1977.
- [8] Ж.П.Серр. “Алгебры Ли и группы Ли.” М:Мир, 1969.
- [9] Н.Джекобсон. “Алгебры Ли.” М:Мир, 1964.
- [10] М.Гото, Ф.Гросханс. “Полупростые алгебры Ли.” М:Мир, 1981.
- [11] Дж. Хамфрис “Введение в теорию алгебр Ли и их представлений”. М:Издательство МЦНМО 2003.
- [12] А.А.Кириллов. “Элементы теории представлений.” М.: Наука. 1978.