

Задачи занятия 12 февраля 2014 года.

**Задача 1** Какие из 17 поверхностей 2-го порядка являются гладкими многообразиями?

**Задача 2** Проверьте, что группы  $SO(2)$ ,  $O(2)$  – это многообразия. Опишите их топологию

**Задача 3** Докажите, что группы  $SO(n)$ ,  $O(n)$  – это многообразия.

**Задача 4** Докажите, что группы  $SU(n)$ ,  $U(n)$  – это многообразия.

**Задача 5** Дано  $2n$ -мерное пространство с координатами  $p_1, p_2, \dots, p_n, q^1, q^2, \dots, q^n$  Рассмотрим симплектическую структуру:

$$[\vec{v}_1, \vec{v}_2] = \sum_{k=1}^n p_k^{(1)} q^{(2)k} - p_k^{(2)} q^{(1)k}$$

где

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} p_1^{(1)} \\ p_2^{(1)} \\ \dots \\ p_n^{(1)} \\ q^{(1)1} \\ q^{(1)2} \\ \dots \\ q^{(1)n} \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} p_1^{(2)} \\ p_2^{(2)} \\ \dots \\ p_n^{(2)} \\ q^{(2)1} \\ q^{(2)2} \\ \dots \\ q^{(2)n} \end{bmatrix},$$

Докажите, что группа  $Sp(n)$  преобразований, сохраняющих симплектическую структуру, является многообразием. Вычислите его размерность.

**Задача 6** Рассмотрим риманову поверхность

$$w^2 = P(z),$$

где  $P(z)$  – многочлен, все корни которого  $z_1, \dots, z_n$  – простые. Докажите, что в окрестности точек  $z_k$   $w$  является регулярной функцией локального параметра  $\sqrt{z - z_k}$ .