

Задачи занятия 25 февраля 2015 года.

Задача 1 Рассмотрим ABC треугольник на сфере единичного радиуса, составленный из дуг больших кругов. Докажите, что для суммы углов треугольника имеет место формула:

$$\angle A + \angle B + \angle C = \pi - S_{ABC},$$

где S_{ABC} – площадь треугольника.

Задача 2 Докажите, что при параллельном переносе вектора вдоль треугольника на сфере он поворачивается на угол $\delta\phi = S_{ABC}$.

Задача 3 Вычислите символы Кристоффеля в метрике стереографической проекции.

Задача 4 Вычислите скалярную кривизну сферы единичного радиуса.

Задача 5 Рассмотрим псевдосферу $p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 = 1$ в пространстве Минковского с метрикой $ds^2 = -dp_0^2 + dp_1^2 + dp_2^2$. Докажите, что ограничение метрики Минковского на касательное пространство к любой точке псевдосферы положительно определено.