

Задачи занятия 11 марта 2015 года.

**Задача 1** Вычислите производную Ли векторного поля.

**Задача 2** Пусть поле  $\vec{v}$  является генератором изометрии. Верно ли, что производная Ли вдоль поля  $v$  совпадает с ковариантной?

**Задача 3** Докажите, что бесконечно малое преобразование многообразия является векторным полем (т.е. преобразуется правильным образом при заменах координат).

**Задача 4** Вычислите символы Кристоффеля на сфере в сферических координатах.

**Задача 5** Пусть имеется пара векторных полей  $\vec{v}(x^1, \dots, x^n)$ ,  $\vec{w}(x^1, \dots, x^n)$ . Обозначим  $S_{\vec{v}}(t)$ ,  $S_{\vec{w}}(t)$  сдвиги вдоль полей  $\vec{v}$  и  $\vec{w}$  соответственно за время  $t$ . Вычислите главный порядок выражения

$$S_{\vec{w}}(\tau)S_{\vec{v}}(t) - S_{\vec{v}}(t)S_{\vec{w}}(\tau)$$

для малых  $t$  и  $\tau$ .