

Задачи занятия 18 февраля 2016 года.

Задача 1 Рассмотрим пространство всех путей (не обязательно замкнутых) $[0, 1] \rightarrow (X, x_0)$ с фиксированным началом $\gamma(0) = x_0$ но свободным концом. Докажите, что оно гомотопически эквивалентно точке.

Задача 2 Вычислите длину кривой на $\mathbb{R}P^2$ в однородных координатах $x_0 : x_1 : x_2$.

Задача 3 Вычислите функции перехода между картами на $\mathbb{R}P^2$.

Задача 4 Докажите, что пространство $\mathbb{R}P^n$ ориентируемо при $n = 2k + 1$ и неориентируемо при $n = 2k$.

Задача 5 Постройте атлас с согласованной ориентацией на $\mathbb{R}P^3$.

Задача 6 Пусть проективное преобразование $\mathbb{R}P^2$ задано 3×3 матрицей

$$A = \begin{bmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix}.$$

Запишите его в неоднородных координатах

$$y^1 = \frac{x^1}{x^0}, y^2 = \frac{x^2}{x^0}.$$

Задача 7 Используя отображение $SU(2) \times SU(2) \rightarrow SO(4)$ вычислите фундаментальную группу $SO(4)$.

Задача 8 Опишите все накрытия над окружностью S^1 .