

Задачи занятия 18 февраля 2016 года.

**Задача 1** Рассмотрим пространство всех путей (не обязательно замкнутых)  $[0, 1] \rightarrow (X, x_0)$  с фиксированным началом  $\gamma(0) = x_0$  но свободным концом. Докажите, что оно гомотопически эквивалентно точке.

**Задача 2** Вычислите длину кривой на  $\mathbb{R}P^2$  в однородных координатах  $x_0 : x_1 : x_2$ .

**Задача 3** Вычислите функции перехода между картами на  $\mathbb{R}P^2$ .

**Задача 4** Докажите, что пространство  $\mathbb{R}P^n$  ориентируемо при  $n = 2k + 1$  и неориентируемо при  $n = 2k$ .

**Задача 5** Постройте атлас с согласованной ориентацией на  $\mathbb{R}P^3$ .

**Задача 6** Пусть проективное преобразование  $\mathbb{R}P^2$  задано  $3 \times 3$  матрицей

$$A = \begin{bmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix}.$$

Запишите его в неоднородных координатах

$$y^1 = \frac{x^1}{x^0}, y^2 = \frac{x^2}{x^0}.$$

**Задача 7** Используя отображение  $SU(2) \times SU(2) \rightarrow SO(4)$  вычислите фундаментальную группу  $SO(4)$ .

**Задача 8** Опишите все накрытия над окружностью  $S^1$ .