

Задачи занятия 06 апреля 2017 года.

**Задача 1** Рассмотрим расслоение Хопфа  $S^3 \rightarrow S^2$ . Стереографически отобразим сферу  $S^3$  в  $\mathbb{R}^3$ . Тогда трехмерное пространство расслаивается на окружности и одну прямую – прообразы точек в  $S^2$ . Опишите это расслоение.

**Задача 2** Убедитесь, что любая пара окружностей в расслоении Хопфа зацеплена.

**Задача 3** Проверьте, что  $\pi_k(X \times Y) = \pi_k(X) \times \pi_k(Y)$ .

**Задача 4** Пусть у нас задана пара окружностей в трехмерном пространстве:

$$\vec{r}_1(t), \quad \vec{r}_2(\tau), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad 0 \leq \tau \leq 2\pi.$$

Коэффициент зацепления определяется как степень гауссова отображения  $T^2 \rightarrow S^2$ :

$$(t, \tau) \rightarrow \frac{\vec{r}_2(\tau) - \vec{r}_1(t)}{\|\vec{r}_2(\tau) - \vec{r}_1(t)\|}, \quad (t, \tau) \in T^2.$$

Напишите аналитическую формулу для коэффициента зацепления. Коэффициент зацепления должен выразиться как интеграл по тору от обратного образа стандартной формы площади на сфере (нормированной на единицу).