

Задачи занятия 06 апреля 2017 года.

Задача 1 Рассмотрим расслоение Хопфа $S^3 \rightarrow S^2$. Стереографически отобразим сферу S^3 в \mathbb{R}^3 . Тогда трехмерное пространство расслаивается на окружности и одну прямую – прообразы точек в S^2 . Опишите это расслоение.

Задача 2 Убедитесь, что любая пара окружностей в расслоении Хопфа зацеплена.

Задача 3 Проверьте, что $\pi_k(X \times Y) = \pi_k(X) \times \pi_k(Y)$.

Задача 4 Пусть у нас задана пара окружностей в трехмерном пространстве:

$$\vec{r}_1(t), \quad \vec{r}_2(\tau), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad 0 \leq \tau \leq 2\pi.$$

Коэффициент зацепления определяется как степень гауссова отображения $T^2 \rightarrow S^2$:

$$(t, \tau) \rightarrow \frac{\vec{r}_2(\tau) - \vec{r}_1(t)}{\|\vec{r}_2(\tau) - \vec{r}_1(t)\|}, \quad (t, \tau) \in T^2.$$

Напишите аналитическую формулу для коэффициента зацепления. Коэффициент зацепления должен выразиться как интеграл по тору от обратного образа стандартной формы площади на сфере (нормированной на единицу).