

ПРОГРАММА  
коллоквиума по аналитической геометрии  
(осень 2005/2006 уч. года, лектор – П.Г.Гриневич)

1. Закрепленные и свободные вектора. Коллинеарность и компланарность.
2. Линейные операции, линейные комбинации и линейная зависимость векторов.
3. Условия линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве. Базис. Разложение по базису. Координаты вектора. Репер.
4. Аффинная система координат и координаты точки. Ортонормированный базис и прямоугольная система координат. Длина в прямоугольной системе координат.
5. Деление отрезка в данном отношении.
6. Скалярное произведение и его свойства. Запись в ортонормированном базисе. Вычисление угла.
7. Ориентированная площадь параллелограмма относительно базиса и ее свойства, ориентацией пары и ее геометрический смысл. Ориентированный объем параллелепипеда относительно ортонормированного базиса, ориентация тройки.
8. Задание ориентации. Ориентированный объем в ориентированном пространстве. Векторное и смешанное произведение, связь с ориентированным объемом в ориентированном пространстве и свойства.
9. Векторное и смешанное произведение в прямоугольных координатах. Связь ориентированного объема относительно базиса с ориентированным объемом в ориентированном пространстве.
10. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби.
11. Прямая на плоскости. Параметрические уравнения. Прямая как кривая первого порядка. Необходимое и достаточное условие задания одной прямой в фиксированной системе координат двумя уравнениями. Нахождение векторов, параллельных прямой. Взаимное расположение двух прямых.
12. Полуплоскости, связанные с линейным уравнением.
13. Пучок прямых на плоскости. Условие принадлежности прямой пучку.
14. Нормальный вектор и расстояние от точки до прямой в прямоугольных координатах.
15. Угол между прямыми на плоскости, связь с полуплоскостями.

- 16.** Параметрические и общие уравнения плоскости. Полуплоскости. Условие параллельности вектора плоскости. Условия взаимного расположения.
- 17.** Пучок плоскостей. Условие принадлежности плоскости пучку.
- 18.** Связка плоскостей. Условие принадлежности плоскости связке.
- 19.** Нормальный вектор, расстояние от точки до плоскости.
- 20.** Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей, формула для направляющего вектора.
- 21.** Четыре формулы для прямых в пространстве в прямоугольной системе координат (угол между прямыми с параметрическим уравнением, угол между прямой и плоскостью, расстояние между скрещивающимися прямыми, расстояние от точки до параметрической прямой).
- 22.** Замены координат, матрица перехода. Формулы замены координат. Координаты векторов. Композиции замен.
- 23.** Прямоугольные системы координат и ортогональные матрицы. Их свойства. Двумерные ортогональные матрицы.
- 24.** Аффинные преобразования плоскости и пространства. Их запись в координатах. Преобразование коэффициентов линейного отображения при заменах систем координат. Действие на векторы.
- 25.** Изометрические преобразования плоскости и пространства. Их свойства и различные определения. Теорема Шаля.
- 26.** Лемма о собственном векторе трехмерной матрицы. Теорема о геометрических видах изометрий пространства.
- 27.** Канонические уравнения кривых второго порядка. Квадрики. Теорема о приведении к каноническому виду аффинным преобразованием.
- 28.** Теорема о приведении кривой второго порядка к каноническому виду изометрическим преобразованием.
- 29.** Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
- 30.** Оптические (фокальные) свойства коник.
- 31.** Директориальные свойства коник. Фокальный параметр. Полярные уравнения коник.